

Capteurs - Mesure

F. Morain-Nicolier

Capteurs, 2008-2009 Département Geii URCA

Sommaire

Table des matières

1 Définition	1
2 Propriétés de la mesure	2
3 Types de mesure	3
4 Précision - répétabilité - reproductibilité	3
5 Unités de mesures (SI)	4
6 Erreurs de mesure	8
7 Traitement statistique	11

1 Définition

Definition 1 (Mesure). Ensemble d'opérations ayant pour objet la détermination de la valeur d'une grandeur.

On cherche à faire correspondre des nombre à un état donné.

Definition 2 (Mesure). La mesure est le procédé expérimental utilisé pour associer une valeur à une grandeur physique, à l'aide des techniques spécifiques mises en oeuvre par des instruments de mesure

- Le résultat d'une mesure doit être exprimé dans une **unité de mesure appropriée** (voir plus loin) et avec une **incertitude** (voir plus tard) à évaluer.

La mesure fait intervenir :

- une échelle prédéterminée, dans un système d'unité
- un principe (ou une méthode) de mesure :
 - directe
 - par compensation
 - différentielle
- un système ou instrument de mesure

2 Propriétés de la mesure

Mesure en mathématique et en métrologie

Definition 3 (Mesure mathématique). - la mesure est positive

- $m(\emptyset)=0$
- $E \subset F \Rightarrow m(E) \leq m(F)$
- $E \cap F = \emptyset \Rightarrow m(E \cup F) = m(E) + m(F)$

Ces propriétés rejoignent partiellement celles adoptées en ingénierie :

- la mesure peut être négative
- la grandeur G_1 est équivalente à la grandeur $G_2 \Leftrightarrow m(G_1) = m(G_2)$
- la grandeur G_1 est plus grande que la grandeur $G_2 \Leftrightarrow m(G_1) > m(G_2)$
- ...

Linéarité

- la **linéarité** :
 - la mesure d'une somme et la somme des mesure :

$$m(G_1 + G_2) = m(G_1) + m(G_2) \quad (1)$$

Attention : certaines grandeurs ne sont pas additives au sens strict. Par exemple la somme brutale de deux température n'a pas de sens

- la mesure d'une grandeur G dilatée par un scalaire est le produit de ce scalaire par la mesure de G :

$$m(\lambda G) = \lambda m(G) \quad (2)$$

La linéarité est une propriété essentielle que l'on cherche à obtenir :

- simplification de la relation entre l'entrée et la sortie
- caractérisation par une **fonction de transfert** du système (ou de l'appareil)
- si le système n'est pas linéaire :
 - linéarisation + erreur ou
 - étalonnage plus complexe

3 Types de mesure

Mesure directe

- Sans transformation de la grandeur à mesurer en une autre
- Procède par comparaison avec des étalons

Exemples 4. Mesure d'

- une longueur avec un mètre
- un temps avec un chronomètre
- une masse avec une balance de Roberval \Rightarrow double pesée
- L'erreur sur la mesure est liée à la limite de précision de l'étalon ou à une erreur de l'expérimentateur (parallaxe par exemple)
- Possibilité de répéter la mesure (dans les mêmes conditions expérimentales) pour diminuer l'incertitude (*à discuter*) \Rightarrow Traitement statistique nécessaire

Mesure indirecte

- Transformation de la grandeur à mesurer en une autre (souvent électrique)
 \Rightarrow On mesure une grandeur intermédiaire pour accéder à la grandeur à mesurer

Exemples 5. Mesure d'

- une couleur pour accéder à une température
- une force pour accéder à une masse
- un courant électrique pour accéder à une tension
- L'appareil utilise une **loi physique** connue qui relie les grandeurs

Mesures répétées ou multiples

- On répète les mesures en faisant varier **un** paramètre expérimental \Rightarrow On dispose ainsi d'un échantillon de situations
- \Rightarrow Vérification ou mise en évidence d'une loi de comportement ($U = RI$, ...), voire des erreurs de mesures

Selon d'autres critères

- Intervention de l'utilisateur :
 - méthode subjective \Rightarrow mesure de la rugosité d'une surface par comparaison avec une surface étalon
 - méthode objective \Rightarrow la participation de l'observateur est limitée aux observations des indications de mesures et aux réglages
- Effet sur la grandeur mesurée
 - méthode destructive ou non \Rightarrow prélèvement sur la chaîne
 - méthode par contact ou non \Rightarrow palpeurs, pied à coulisse \Rightarrow pyrométrie optique

4 Précision - répétabilité - reproductibilité

Précision

Definition 6 (Précision d'une mesure). Accord entre le résultat d'une mesure et la valeur du mesurande.

(la valeur du mesurande n'est en général pas exactement connue)

Répétabilité et reproductibilité

Definition 7 (Une mesure est répétable). lorsque l'on vérifie la **proximité** de l'accord entre les résultats des mesures successives du même mesurande, effectuées dans les mêmes conditions de mesure :

- même procédé de mesure,
- même observateur,
- même instrument de mesure, utilisé dans les mêmes conditions
- même emplacement,
- répétition sur une courte période de temps.

(la dispersion des résultats permet de quantifier la répétabilité)

Definition 8 (Une mesure est reproductible). lorsque l'on vérifie la proximité de l'accord entre les résultats des mesures du même mesurande, effectuées dans des conditions de mesure différentes

5 Unités de mesures (SI)

Système international

- Système d'unités le plus largement employé du monde
- C'est la **Conférence générale des poids et mesures**, rassemblant des délégués des États membres de la Convention du Mètre, qui décide de son évolution, tous les quatre ans, à Paris

Grandeur	Unité de base	Symbole
temps	seconde	s
longueur	mètre	m
masse	kilogramme	kg
intensité de courant électrique	ampère	A
température thermodynamique	kelvin	K
quantité de matière	mole	mol
intensité lumineuse	candela	cd

Définitions des unités de base

seconde(1967) La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 à la température de 0 kelvin

mètre(1983) Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $1/299\,792\,458$ de seconde (historiquement, la première définition officielle et pratique du mètre (1791) était basée sur la circonférence de la terre, et valait $1/40\,000\,000$ d'un méridien)

Opération de la méridienne

- Les étalons dans l'ancien Régime étaient variables
- Le 26 mars 1791, l'Assemblée (La Constituante) adopte la grandeur du quart du méridien terrestre pour base du nouveau système de mesures qui sera décimal.

Opération de la méridienne

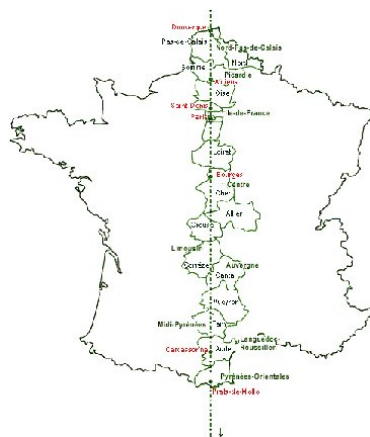


Jean-Baptiste Joseph Delambre

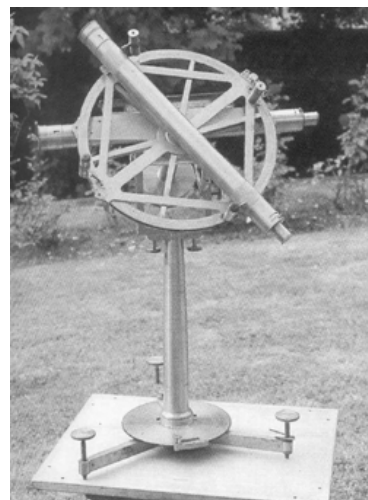


Pierre Méchain

Opération de la méridienne



Méridienne (Dunkerque - Barcelone)



Cercle répétiteur

Opération de la méridienne

- Technique de triangulation
- Deux bases de référence d'environ 6000 toises (11,7 km) sont utilisées : l'une entre Melun et Lieusaint et l'autre entre Vernet et Salses (près de Perpignan)
- Les mesures vont durer, en fait, de 1792 à 1798!
- Les mesures de l'arc du méridien par Delambre et Méchain, conduisent à fixer pour le mètre définitif une longueur de 3 pieds 11,296 lignes de la Toise de l'Académie (soit la fraction 0,513 074 de l'étalon Toise de l'Académie)
- Le 12 février 1812 (Napoléon), est autorisé l'abandon de la division décimale et le retour aux subdivisions anciennes
- loi du 4 juillet 1837 (Napoléon III) : « ... à partir du 1er janvier 1840, tous poids et mesures autres que les poids établis par les lois des 18 germinal an III et 19 frimaire an VIII, constitutives du système métrique décimal, seront interdits sous les peines portées par l'article 479 du code pénal ».

A lire



– Ken Alder, *Mesurer le monde - l'incroyable histoire de l'invention du mètre*, Flammarion (11euros)

Définition des unités de base

ampère(1948) L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur

kelvin(1967) Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau

mole(1971) La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12

candela(1979) La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence

540·1012 hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est de 1/683 watt par stéradian

Le kilogramme

kilogramme(1901) Le kilogramme est une unité dérivée du système international. Le kilogramme (au départ nommé le grave[4]) est égal à la masse du prototype international du kilogramme. Ce dernier, composé d'un alliage de platine et d'iridium (90%-10%), est conservé au Bureau international des poids et mesures à Sèvres, en France

- Historiquement, la définition du kilogramme était la masse d'un décimètre cube d'eau (un litre)
- Cette unité de mesure est la dernière du SI à être définie au moyen d'un étalon matériel fabriqué par l'homme, c'est-à-dire un artefact. Celui-ci est conservé sous trois cloches de verre scellées dont il n'est extrait que pour réaliser des étalonnages (opération qui n'a eu lieu que trois fois depuis sa création)
- Malgré ces précautions, la masse du prototype a déjà varié de quelques microgrammes

6 Erreurs de mesure

Définition

Definition 9 (Erreur de mesure). Différence entre le résultat de la mesure $m(G)$ et la vraie valeur G (inconnue en général) de la grandeur à mesurer.

On peut l'exprimer en relatif ou en absolu :

erreur absolue $\varepsilon = G - m(G)$ (même unité que G)

erreur relative $\varepsilon_r = \frac{G - m(G)}{G}$ (en %)

Erreurs aléatoires et systématiques

Definition 10 (Erreur aléatoire). Résultat de la mesure moins la moyenne qui résulterait d'une infinité de mesures du même mesurande dans des conditions de répétabilité.

- Il s'agit d'erreurs non reproductibles qui obéissent à des lois statistiques.

Definition 11 (Erreur systématique). moyenne qui résulterait d'un nombre infini de mesures du même mesurande dans des conditions de répétabilité

- Pour un instrument de mesure, c'est l'erreur d'étalonnage (*biais*)
- Il s'agit d'erreurs reproductibles

Pour une mesure donnée :

$$\text{erreur totale} = \text{erreur aléatoire} + \text{erreur systématique} \quad (3)$$

Causes d'erreur

Il faut être capable de trouver les sources d'erreurs possibles pour mettre en place et améliorer un protocole de mesure. Le classement proposé aide à ne pas oublier de cause éventuelle d'erreur de mesure.

ε_m : **erreur de méthode** Ce type d'erreur peut être :

systematique la longue dérivation est choisie pour la mesure d'une petite impédance, l'erreur d'inertie thermique dans la mesure d'une température évoluant dans le temps

aléatoire le capteur n'est pas refroidi et introduit un bruit thermique dans la mesure

Causes d'erreur

ε_i : **erreur d'instrument** Ce type d'erreur peut être :

systematique mauvais réglage du zéro, mauvais étalonnage

aléatoire frottement de pièces mobiles dans l'appareil, phénomènes d'hystérésis. Bruits (de grenaille) introduits par l'électronique de mesure

ε_p : **erreur de personne** appréciation d'un événement (parallaxe, déclenchement de chrono), **confusion d'unités**. L'erreur peut être systematique (erreur de lecture) ou quasi-aléatoire (positionnement différent lors de chaque mesure) \Rightarrow changer d'expérimentateur et comparer les résultats

Confusion d'unités



(1999) La perte de Mars Climate Orbiter doit être mise sur le compte d'un problème d'unité dans l'expression d'une force de poussée :

- Les ingénieurs de Lockheed Martin Astronautics, la firme qui a conçu et fabriqué la sonde martienne, avaient apparemment gardé la mauvaise habitude de travailler avec les unités du système anglo-saxons.
- De leur côté, les ingénieurs du Jet Propulsion Laboratory travaillaient dans le système métrique
- Il semble que lors du transfert des données entre le centre de Lockheed et celui du JPL, personne ne se soit rendu compte qu'il fallait convertir les données.

Comment identifier une erreur ?

Il est possible (parfois) de mettre en évidence une erreur systématique en utilisant la méthode du *retournement* \Rightarrow inversion d'un paramètre de l'expérience qui ne change pas le résultat de la mesure.

- Exemples 12.* – mesure électrique : mesurer une résistance avec un sens de courant, puis retourner le générateur et effectuer à nouveau la mesure
 – mesure de masse (balance à fléau) : inverser la position des masses et de l’objet
 – mesure de diamètre : positionner le pied à coulisse en divers endroits de la section du tube

7 Traitement statistique

Tendance

- On cherche à savoir vers quelle valeur tendent les mesures

Moyenne Lorsque la mesure d’une même grandeur G a été répétée N fois, donnant les résultats $m_1(G)$, $m_2(G)$ à $m_N(G)$:

$$\overline{m_N(G)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i(G) \quad (4)$$

Médiane Soit un ensemble de résultats m_i classés par ordre croissant, la médiane divise l’ensemble en deux parties égales :

$$\begin{array}{ll} \text{Si } N \text{ est pair} & \frac{m_{N/2} + m_{(N/2)+1}}{2} \\ \text{Si } N \text{ est impair} & m_{(N+1)/2} \end{array} \quad (5)$$

Tendance

Exemple 13. – $\overline{m(G)} = \{10; 2; 9; 8; 1; 2; 8; 2; 3; 5\}$

– $\overline{m_N(G)} = 5$

– médiane :

– classement : $\{1; 2; 2; 2; 3; 5; 8; 8; 9; 10\}$

– $N = 10(\text{pair}) \Rightarrow \text{médiane} = \frac{3+5}{2} = 4$

– La moyenne tient compte de **tous** les résultats. Elle est facile à calculer

– La médiane n’est pas influencée par les valeurs extrêmes. Cela peut permettre d’éliminer des artefacts de mesure

Exemple 14. – $\overline{m(G)} = \{10000; 2; 9; 8; 1; 2; 8; 2; 3; 5\}$

– $\overline{m_N(G)} = 1004$

– médiane = 4

Dispersion

- On cherche à savoir comment varient les mesures

variance

$$\sigma^2 \quad (6)$$

écart-type

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (m_i - \overline{m_N})^2}{N}} \quad (7)$$

ou

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (m - \bar{m}_N)^2}{N - 1}} \quad (8)$$

L'intérêt de l'écart-type est qu'il est de même dimension que les mesures.

Loi normale



C. Gauss (1777-1855)

Lorsque les erreurs affectant les mesures sont indépendantes, la probabilité d'apparition des différents résultats satisfait habituellement à la **loi normale** dite encore loi de **Gauss (Gaussienne)** :

$$p(m) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(m-\bar{m})^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

